

Un enfoque para el análisis límite de las escaleras de fábrica helicoidales

José Antonio García Ares

La escalera de caracol es un tipo constructivo que se emplea desde la antigüedad adaptándose a los distintos materiales y sistemas constructivos a lo largo de la Historia. Así, las encontramos en catedrales medievales, edificios renacentistas, barrocos o en muchas de las construcciones actuales. Y construidas en sillería, bóveda tabicada, piezas de fundición, acero, hormigón armado o incluso en madera.

Palladio (1570) trata este tipo de escaleras en el capítulo XVIII de sus *Quattro Libri dell'Architettura*, resaltando la bondad de una modalidad de ellas: las escaleras helicoidales sin apoyo central, ya que permiten el paso de la luz y la permeabilidad visual entre los distintos niveles. Según él, «Funcionan muy bien las que no cuentan con apoyo en el centro ya que permiten el paso de la luz desde los niveles superiores, y posibilitan que los que están en lo más alto vean a los que suben y a su vez sean vistos por ellos». Y prosigue más adelante: «He construido una escalera sin apoyo central en el monasterio de la *Carità* en Venecia la cual funciona de un modo admirable».

El arquitecto inglés Inigo Jones (1573–1652) sería el primero en construir una escalera de caracol de este tipo en Inglaterra: la *Tulip staircase*, que se encuentra en la Queen's House en Greenwich. Considerado como el introductor de la arquitectura renacentista en ese país, Jones fue un gran estudioso de la arquitectura Romana e Italiana y se interesó particularmente por la obra de Palladio. Después de él, Robert Hooke y Christopher Wren construirían la del *Monument* en Londres. Este tipo de escaleras se de-

nomina en Inglaterra *cantilevered staircases* (escaleras en voladizo).

Autores como Heyman (1995) o Price y Rogers (2005) han tratado el análisis de estas escaleras ba-

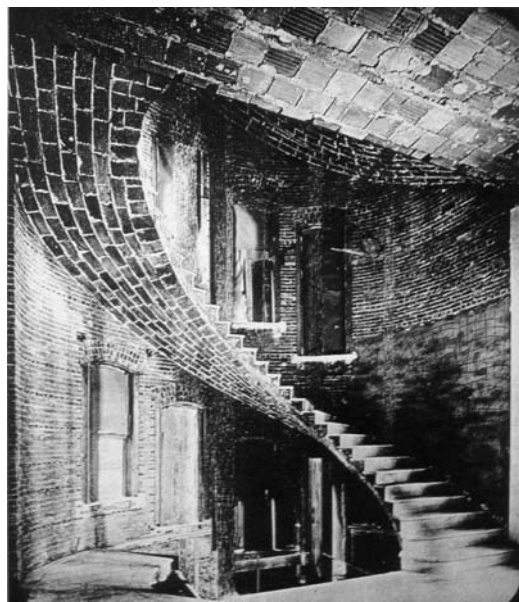


Figura 1
Estructura tabicada helicoidal debida a Guastavino para la construcción de una escalera de caracol con óculo central. (Imagen: Avery Library, Universidad de Columbia, USA)

sando su comportamiento estructural en esfuerzos de torsión en cada una de las piezas que constituyen los escalones. Si bien este enfoque puede ser válido para las *cantilevered staircases*, no se puede aplicar a otras como las diseñadas y ejecutadas por los Guastavino con su técnica tabicada. Calladine (2005) sí que aborda el análisis de una escalera de caracol tabicada, pero la considera una «lámina helicoidal uniforme de material elástico» y realiza un análisis de membrana.

El presente artículo se centra en estudiar el comportamiento estructural de las escaleras/rampas de fábrica de forma helicoidal (planta circular y óculo central) desde el punto de vista del análisis límite. Se buscará una solución de equilibrio que siendo compatible con las cargas no viole la condición límite del material. Es decir una solución para la cual no aparezcan tracciones y que los esfuerzos de compresión estén contenidos dentro de la fábrica.

Una vez expuesta la solución de equilibrio y a la vista de ésta se propondrá una «forma ideal» para este tipo de estructuras. También se verá la aplicación del análisis a escaleras helicoidales de planta oval.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Antes de abordar el análisis es necesario definir primeramente la estructura a analizar desde distintos puntos de vista: formal, material y espacial. La definición formal atenderá a su configuración geométrica, mientras que la material explicará la constitución de las piezas que la componen y la relación entre ellas. La definición espacial consistirá en consideraciones sobre el lugar que ocupa la estructura dentro del resto del edificio y las relaciones con los elementos adyacentes, es decir, se referirá a las condiciones de contorno.

La geometría

El helicoide es una superficie reglada no desarrollable que viene definida por las ecuaciones paramétricas:

$$x(u, v) = u \cos(v) \quad (01)$$

$$y(u, v) = u \sin(v) \quad (02)$$

$$z(u, v) = c v \quad (03)$$

De esta superficie tomaremos sólo una región que quedará acotada del siguiente modo:

$$r_1 \leq r \leq r_2 \quad (04)$$

$$0 \leq \gamma \leq \gamma_d \quad (05)$$

Donde r_1 y r_2 serán el radio interior y exterior respectivamente y γ_d el paso de la hélice. Por ejemplo si $\gamma_d = 2\pi$ estaremos considerando un paso. El coeficiente c lo expresaremos en función de h que será la altura que la escalera salva para γ_d . Entonces las ecuaciones (1, 2 y 3) quedarán así:

$$x(r, \gamma) = r \cos(\gamma) \quad (06)$$

$$y(r, \gamma) = r \sin(\gamma) \quad (07)$$

$$z(r, \gamma) = \frac{h}{\gamma_d} \gamma \quad (08)$$

De esta manera tenemos definida la superficie helicoidal a estudiar. Aún nos queda, sin embargo, dotarla de un cierto grosor que permita su materialización constructiva. Denominaremos g a la distancia que desplazaremos verticalmente el fragmento de hélice. Nótese que de este modo la estructura helicoidal tendrá un grosor vertical constante y el peso propio será también uniforme. Además cualquier plano vertical que pase por el eje cortará al intradós y al extradós en rectas horizontales. Esta configuración geométrica simplificará, como veremos, el proceso de análisis y para grosores pequeños (escaleras tabicadas) y pendientes no excesivamente acusadas es un modelo que se aleja poco de la realidad construida y podrá darnos una idea bastante buena del su comportamiento estructural.

Consideraciones sobre el material

Entendemos por fábrica una construcción formada por un conjunto de piezas ya sean de piedra, ladrillo u otro material rígido, dispuestas de tal modo que formen una estructura estable. Pueden estar unidas entre sí con algún mortero o simplemente unas sobre las otras. De cara al análisis estructural la fábrica puede ser caracterizada por tres hipótesis básicas (Heyman 1999):

- I. La fábrica no tiene resistencia a tracción.
- II. En los tamaños habituales de los edificios las tensiones que se dan son tan bajas que podemos considerar que la fábrica tienen una resistencia a compresión ilimitada.
- III. No es posible el fallo por deslizamiento.

Estas hipótesis son de gran utilidad ya que como señala Heyman nos permitirán analizar la estructura dentro del marco del análisis límite. En cualquier caso se trata de hipótesis simplificadoras, en general del lado de la seguridad, que deberán ser comprobadas a posteriori.

Hipótesis sobre las condiciones de contorno

Antes de continuar estableceremos unas hipótesis sobre las condiciones de contorno que permitirán centrar la atención del análisis en la estructura helicoidal. Consideraremos que está construida, confinada podríamos decir, dentro de un cilindro infinitamente rígido capaz de resistir y conducir al terreno cualquier empuje que la escalera pueda transmitirle. Consideraremos del mismo modo que los apoyos de los otros dos bordes no libres que nos quedan, es decir el arranque y el desembarco, podrán también soportar los empujes que les sean transmitidos por la escalera. Así podremos abordar el análisis aislando nuestra estructura del resto de la construcción. Siempre podremos luego comprobar con los empujes obtenidos que estas hipótesis son aceptables. En el caso del cilindro la cuestión sería comprobar que para un grosor dado del mismo es capaz de aguantar el empuje. En el caso del arranque y desembarco habría que estudiar su configuración geométrica y constructiva y ver si son compatibles con los empujes que la escalera pueda transmitirles.

EL ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA

Dentro del marco del análisis límite aplicado a las estructuras de fábrica, caracterizada por las tres hipótesis básicas que hemos visto, podemos enunciar el teorema fundamental de la seguridad del siguiente modo: si se puede encontrar un estado de esfuerzos de compresión dentro de la fábrica, en equilibrio con las acciones, la estructura será segura y no colapsará. (Heyman 1999; Huerta 2004) Al ser la estructura hiperestática existi-

rán infinitos estados de equilibrio que no violan las hipótesis del material. Cada uno de ellos podrá ser representado por una línea de empujes. En el caso de estructuras tridimensionales, como lo es una escalera helicoidal, podemos hablar de superficies de empujes. A lo largo de este apartado se tratará de buscar una de estas soluciones de equilibrio aplicando el método de los cortes combinado con el cálculo diferencial para obtener finalmente las ecuaciones de los empujes.

El método de los cortes, cortes infinitesimales

En el caso de estructuras tridimensionales es de gran utilidad el empleo del método de los cortes (Heyman 1999) que permite analizar el problema, o al menos parte de él, de un modo bidimensional. El procedimiento consiste, en primer lugar, en imaginar la estructura dividida en una serie de partes. Para cada una ellas se obtienen luego los empujes que ejercerán

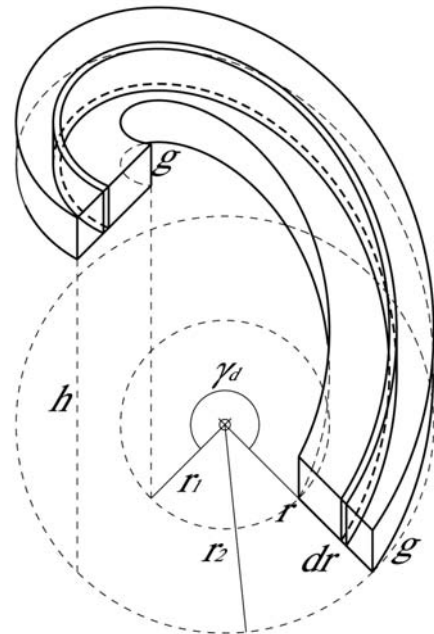


Figura 2
Rampa helicoidal con los parámetros geométricos considerados. Se muestra un corte de grosor infinitesimal dr limitado por dos cilindros concéntricos de eje coincidente con el del helicoide y de radios r y $r + dr$. (Dibujos del autor)

sobre los apoyos o/y sobre las otras partes. Si al final todas las reacciones están en equilibrio, y las líneas de empujes contenidas dentro del grosor de la fábrica la solución obtenida será segura, y basándonos en el teorema fundamental de la seguridad podremos afirmar que la estructura no colapsará.

Dada la configuración geométrica de la escalera de caracol definiremos los cortes de un modo un tanto especial. Lo habitual consiste en considerar una cierta familia de planos paralelos, en el caso de bóvedas de cañón, o radiales, en el caso de cúpulas de revolución. En este caso consideraremos una familia de cilindros concéntricos con eje coincidente con el eje del helicoide. Así, cada uno de los cortes estará delimitado entre dos cilindros, uno de radio $r(r_1 \leq r \leq r_2)$ y otro de radio $r + \partial r$. El hecho de considerar cortes infinitesimales nos permitirá posteriormente empleando procedimientos de integración obtener las ecuaciones de los empujes.

El equilibrio de los cortes. Equilibrio plano del corte desplegado

La figura 3 representa el corte de grosor infinitesimal desplegado. Como se puede observar nos encontramos ante un arco adintelado inclinado para el cual no es posible encontrar ningún mecanismo de colapso y por tanto es infinitamente resistente (Heyman 1999). De las infinitas líneas de empuje se ha dibujado la de empuje mínimo que considerando cortes verticales será una parábola tangente en el punto medio del extradós. Sabiendo esto y con la ayuda de la construcción que se muestra en la figura, resulta sencillo hallar los valores de las resultantes verticales y horizontales de los empujes, así como la ecuación de la línea de empujes desarrollada:

$$R_H = \frac{r^2 \gamma_d^2 \rho}{8} \partial r \quad (09)$$

$$R_{V\alpha} = \frac{1}{8} r \gamma_d \rho (4g + h) \partial r \quad (10)$$

$$R_{V\beta} = \frac{1}{8} r \gamma_d \rho (4g - h) \partial r \quad (11)$$

$$\text{L.E.} \rightarrow f(x) = \frac{-4g}{r^2 \gamma_d^2} x^2 + \frac{4g + h}{r \gamma_d} x \quad (12)$$

Nótese que la resultante horizontal dependerá tan solo del radio r y de la densidad de la fábrica ρ . Las resultantes verticales dependerán además del grosor g y de la altura h .

En la figura 4 se ha enrollado de nuevo el corte de la figura 3 incluyendo la línea de empujes. Ahora bien, para que ésta se encuentre contenida dentro del corte y, por tanto, siga la trayectoria helicoidal, necesitaremos una serie de fuerzas horizontales radiales, normales a la superficie cilíndrica del corte, que la vayan *doblando* tal como se muestra en la figura.

Para comprender mejor y poder obtener el valor de este empuje partiremos de una escalera poligonal de n lados cuya planta se muestra en la figura 5. En este caso, el corte infinitesimal será también poligonal y podremos obtener de manera análoga la resultante horizontal del empuje para el corte desarrollado que será constante a lo largo de toda la línea de empujes. Centrémonos ahora en cualquiera de sus vértices. Para que se produzca el cambio de dirección en la línea de empujes necesitaremos una fuerza F_r tal que $R_{HE} + F_r = R_{HS}$, siendo las magnitudes de R_{HE} y

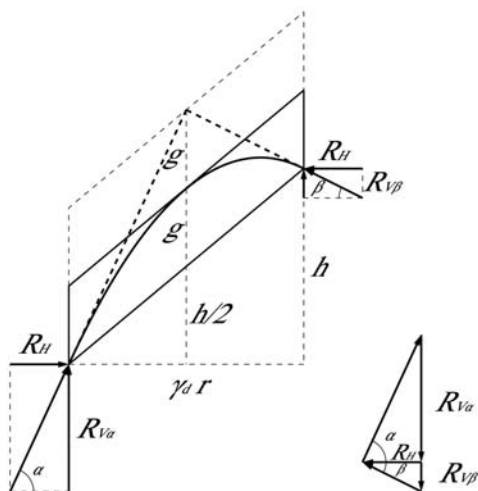


Figura 3
Corte de grosor infinitesimal desplegado. Se muestra la línea de empujes mínimo (parábola), las reacciones en los apoyos y las tangentes a la línea de empujes en los apoyos

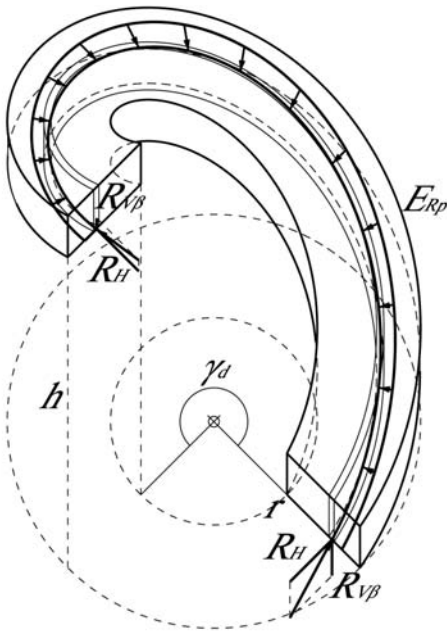


Figura 4
Corte helicoidal de grosor infinitesimal. Se muestra una solución de equilibrio con los empujes correspondientes

R_{HS} iguales y de valor R_H . Con el esquema de la figura 5 es fácil ver que:

$$\cos(\varphi) = \frac{F_r}{2} \frac{1}{R_H} \quad (13)$$

Y, de este modo, la distribución de empujes (bidimensional) para el corte infinitesimal cilíndrico de la figura 5 será, teniendo en cuenta (09):

$$E_r(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{R_H n \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_d \pi}{2n}\right)}{\gamma_d r} = \frac{R_H}{r} = \frac{r \gamma_d^2 \rho}{8} \partial r \quad (14)$$

Relación que ya podíamos intuir y que es análoga a la empleada para calcular la tensión de un zuncho que resista un empuje radial producido, por ejemplo, por una cúpula de revolución. Al tratarse de fuerzas horizontales hemos podido abordar el problema de un modo bidimensional. Sin embargo, para obtener

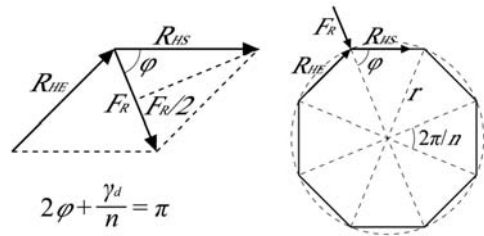


Figura 5
Planta de una escalera poligonal de n lados (en este caso $n = 8$) y esquema de las fuerzas que actúan en los vértices. Se muestra el empuje radial F_r que se origina por el cambio de dirección en la línea de empujes.

la distribución de empujes que de modo radial actúa en cada uno de los puntos de la línea de empujes a lo largo del corte helicoidal, deberemos proyectar, como se verá en el siguiente apartado, el valor obtenido sobre la línea de empujes y obtener así la distribución que se muestra en la figura 4. Hemos encontrado pues una solución de equilibrio para el corte infinitesimal en la que el arranque y desembarco resistirán en exclusiva los empujes verticales. El cilindro exterior hará lo propio con los empujes horizontales radiales provocados por el cambio de dirección de la línea de empujes, necesario para transcurrir dentro de la fábrica helicoidal y no violar las hipótesis básicas del material.

Solución de equilibrio. Superficie de empujes

En el esquema de la figura 6 se han representado los cortes desplegados para $r = r_1$ y $r = r_2$ y un corte intermedio para $r = r_1 + 1/2 (r_2 - r_1)$ con sus respectivas líneas de empujes. El paso de un corte a otro se podría obtener por medio de una transformación afín y, como expone Rankine (1858) en el Teorema de la «proyección paralela» (Huerta 2005), la nueva línea de empujes será también la transformación afín de la inicial. Esto hace que para el mismo valor del paso \tilde{a} todas las líneas de empujes de cada uno de los cortes tengan el mismo valor de z y, por tanto, si unimos todos estos puntos, tendremos un segmento de recta horizontal que además corta al eje del helicoides. Serán precisamente estas trayectorias las que sigan los empujes radiales al irse transmitiendo y acumulando

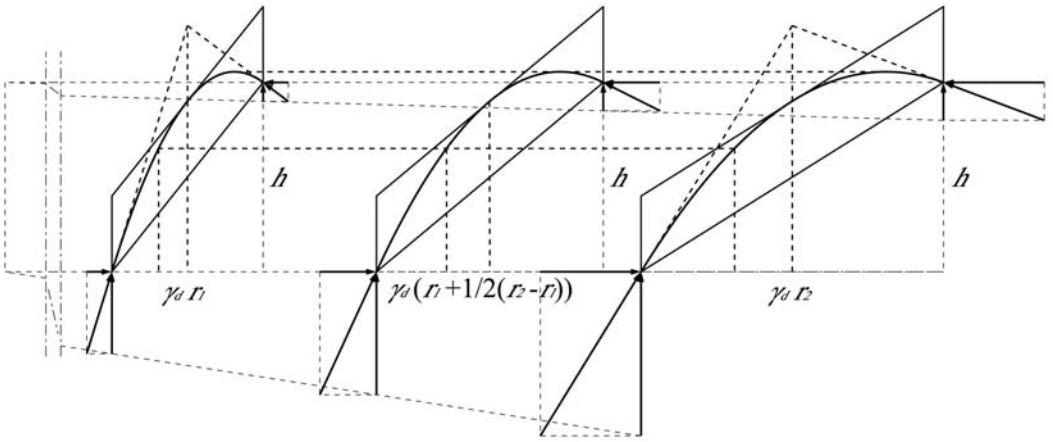


Figura 6

Cortes desplegados para $r = r_1$ y $r = r_2$ y un corte intermedio para $r = r_1 + 1/2(r_2 - r_1)$. Se muestran las líneas de empujes. El paso de un corte a otro es una transformación afín

de un corte al siguiente hasta llegar al cilindro exterior cuando $r = r_2$.

Visto esto es posible definir una de las infinitas superficies de empujes en equilibrio con las cargas y contenidas dentro de la fábrica que estará constituida por las infinitas líneas de empujes de cada uno de los cortes infinitesimales considerados. Podemos entonces afirmar, a la luz del teorema fundamental de la seguridad aplicado a las estructuras de fábrica, que una estructura helicoidal como la analizada es segura y no colapsará.

La superficie de empujes, que en nuestro caso es la que corresponde a un empuje horizontal mínimo en el arranque y desembarco queda definida del siguiente modo:

$$x(r, \gamma) = r \cos(\gamma) \quad (15)$$

$$y(r, \gamma) = r \sin(\gamma) \quad (16)$$

$$z(r, \gamma) = \frac{4g}{\gamma_d^2} \gamma^2 + \frac{4g+h}{\gamma_d} \gamma \quad (17)$$

Podremos según lo tratado en los apartados anteriores dividir los empujes totales de la estructura en dos grupos. En primer lugar, los empujes sobre el arranque y el desembarco que por las expresiones halladas (09, 10, 11) con anterioridad quedarán deter-

minados por las siguientes distribuciones de empujes para $r_1 \leq r \leq r_2$:

Empuje horizontal en arranque y desembarco:

$$R_{Ha}(r) = R_{H\beta}(r) = R_{H\beta}(r) = \frac{r^2 \gamma_d^2 \rho}{8} \quad (18)$$

Actúa de modo perpendicular a los radios ($\gamma = 0$ y $\gamma = \gamma_d$) y se trata de una función de segundo orden que crece a medida que nos alejamos del centro.

Empuje vertical en arranque:

$$R_{Va}(r) = \frac{1}{8} r \gamma_d \rho (4g + h) \quad (19)$$

Empuje vertical en desembarco:

$$R_{V\beta}(r) = \frac{1}{8} r \gamma_d \rho (4g - h) \quad (20)$$

Ambos empujes verticales también crecen con r pero en este caso de modo lineal. Nótese que para una rampa de fábrica de grosor g igual a un cuarto de la altura el empuje vertical en el desembarco será nulo y sólo tendremos componente horizontal.

El cálculo del empuje radial sobre el cilindro exterior plantea una mayor complejidad matemática. Será el resultado de la acumulación de los empujes produ-

cidos por cada una de los cortes infinitesimales que se irán transmitiendo según trayectorias radiales. Integrando la función $E_r(r)$, que obtuvimos antes (14), entre r_1 y r_2 obtendremos la distribución de estos empujes radiales pero sobre un plano horizontal. Debemos luego proyectarla sobre la curva de contacto de la superficie de empujes con el cilindro exterior. Matemáticamente el proceso es el siguiente:

$$E_{r_1-r_2} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{r \gamma_d^2 \rho}{8} \partial r = \frac{\gamma_d^2 \rho (r_1^2 - r_2^2)}{16} \quad (21)$$

Y para proyectar $E_{r_1-r_2}$ sobre la curva de contacto, que desenrollada es una parábola, debemos multiplicarla por el coseno del ángulo que forma la recta tangente a la curva en cada punto. Siendo $f(x)$ la parábola tenemos que:

$$E(x) = E_{r_1-r_2} \cos(\text{atan } f(x)) \quad (22)$$

$$E(x) = -\frac{\gamma_d^2 \rho (r_1^2 - r_2^2)}{16} \cos\left(\text{atan}\left(\frac{(4g+h)r_2 \gamma_d - 8xg}{r_1^2 - \gamma_d^2}\right)\right) \quad (23)$$

$$E(\gamma) = -\frac{\gamma_d^2 \rho (r_1^2 - r_2^2)}{16} \cos\left(\text{atan}\left(\frac{(4g+h)\gamma_d - 8\gamma g}{r_2 - \gamma_d^2}\right)\right) \quad (24)$$

APLICACIÓN A UNA BÓVEDA TABICADA

Emplearemos ahora las ecuaciones obtenidas para aplicarlas al caso concreto del análisis de una rampa de fábrica tabicada similar a la de la figura 1. Consideraremos los siguientes parámetros: $\gamma_d = \pi$, $r_1 = 1,5$ m, $r_2 = 2,5$ m, $g = 0,15$ m, $h = 4$, $\rho = 20.000$ N/m³, y una sobrecarga elevada de 2.000 N/m². Podemos englobar ρ y la sobrecarga en una densidad equivalente $\rho_e = 33.333$ N/m³. Entonces entrando en las ecuaciones 09, 10, 11 y 21 para r_2 , que es donde el empuje será mayor, tendremos los siguientes valores del mismo:

$$R_H(r) = R_{H\beta}(r) = \frac{r^2 \gamma_d^2 \rho}{8} = 257 \text{ N/mm} \quad (25)$$

$$R_{V\alpha}(r) = \frac{1}{8} r \gamma_d \rho (4g + h) = 151 \text{ N/mm} \quad (26)$$

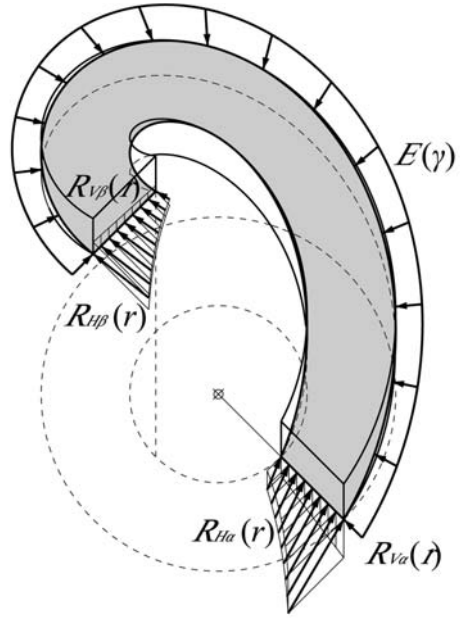


Figura 7

Solución se equilibrio de la estructura helicoidal. Se muestra la superficie de empujes dentro del grosor de la fábrica, y los empujes correspondientes

$$R_{V\beta}(r) = \frac{1}{8} r \gamma_d \rho (4g - h) = 111 \text{ N/mm} \quad (27)$$

El valor del empuje radial que sería máximo donde la línea de empujes tenga tangente horizontal (En nuestro caso no tenemos tangente horizontal con lo que el empuje será algo menor. Considerando este valor estamos por tanto del lado de la seguridad) es:

$$E_{r_1-r_2} = -\frac{\gamma_d^2 \rho (r_1^2 - r_2^2)}{16} = 82 \text{ N/mm} \quad (28)$$

Componiendo (25) con (26) y (25) con (27) Obtenemos unos valores de $E_{\text{arranque}} = 298$ N/mm y $E_{\text{desembarco}} = 280$ N/mm.

Considerando una sección de la fábrica de unos 130 mm para los apoyos y 150 mm para el encuentro con el cilindro perimetral, los valores resultantes de las tensiones son 2,29 N/mm² en el arranque, 2,15 N/mm² en el desembarco y 0,55 N/mm² en el encuentro con

el muro perimetral. Se trata de unos valores que, aunque alejados de los $14,6 \text{ N/mm}^2$ que Guastavino obtuvo como tensión de rotura a compresión en ensayos de laboratorio (Guastavino 1893; Huerta 2001), son considerables. Otro dato a tener en cuenta es el valor negativo de $R_{\nu\beta}$ que deberá ser compensado con alguna configuración constructiva en el descansillo del desembarco, como pudiera ser una viga o algún elemento para aportar carga.

APLICACIÓN A ESCALERAS OVALES

El método que hemos expuesto de cortes cilíndricos concéntricos puede también aplicarse al estudio de escaleras o rampas de fábrica de planta oval. En estos casos los cilindros que limitan los cortes tendrán generatrices ovaladas, pero el procedimiento a seguir es el mismo. Una vez desenrollados los cortes podremos obtener las ecuaciones de la distribución de empujes en los apoyos, es decir en el arranque y el desembarco. El empuje sobre el muro perimetral se obtendrá, como hemos visto, por integración con la única particularidad de que para los distintos arcos del óvalo el radio a considerar será diferente.

Un caso particular de óvalo será aquel en el que alguno de los arcos tenga un radio $r = \infty$, es decir un tramo recto. En ese tramo sustituyendo el valor de r en la ecuación (14) $E_r = R_H/r$ obtendremos, como era de esperar, que no aparece ningún empuje sobre el muro perimetral. Esto nos permite analizar un número enorme de escaleras diferentes combinando tramos rectos y de distintas curvaturas.

LA «FORMA IDEAL» DE LAS ESCALERAS DE CARACOL DE FÁBRICA

En su *Descripción de helioscopios y otros instrumentos*, Robert Hooke (1675) publicaba un anagrama sobre «la verdadera forma Matemática y Mecánica de todo tipo de arcos en las edificaciones, y los contrafuertes necesarios para cada uno de ellos» que es el conocido: *Ut pendet continuum flexile, sic stabit contiguum rigidum inversum*, del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido se sostendrá el arco rígido. La forma ideal para un arco será aquella que coincida con la línea de empujes correspondiente

a las cargas que el arco va a soportar. De esta manera la línea de empujes podrá discurrir cómodamente dentro del arco y el espesor del mismo podrá ser mínimo. Podemos emplear, por tanto, la ecuación de la superficie de empujes (15, 16 y 17) para el proyecto de escaleras helicoidales.

Dada una altura h a salvar por la escalera y el paso de la misma γ_d nos quedará el parámetro g para jugar y obtener superficies más o menos rebajadas según nos interese. Como vimos, si $g = 1/4 h$, la superficie que obtenemos tiene tangente horizontal en el apoyo superior y presentará tan sólo empuje horizontal en ese punto. En el caso de que $g = 0$ la expresión (17) se convierte en (8) y tendremos la superficie helicoidal que considerábamos al principio.

CONCLUSIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

A lo largo del artículo hemos visto cómo se puede realizar un análisis de las estructuras de fábrica con forma helicoidal desde el punto de vista del análisis límite, alcanzando una solución de equilibrio que no viola las hipótesis sobre el material. Las formulas de los empujes obtenidas en función de los parámetros geométricos que determinan la forma de la estructura, nos permiten estudiar distintos casos y, lo que es más interesante, observar en qué medida la variación de la geometría influye en el comportamiento estructural.

Se trata, como dijimos, de estructuras infinitamente resistentes para las que es imposible encontrar un mecanismo de colapso. Así, en la medida en que los apoyos resistan los empujes que les transmiten no colapsarán.

La solución de equilibrio alcanzada explica el comportamiento de las escaleras de caracol tabicadas, como pueden ser las construidas por los Guastavino. Se las considera estructuralmente como lo que son, es decir, estructuras de fábrica para las cuales lo más adecuado es afrontar su análisis desde el marco teórico del Análisis Límite.

Quedan aún muchos asuntos en los que profundizar. La solución de equilibrio obtenida considera que al cilindro perimetral sólo se le transmiten empujes horizontales radiales. Esta hipótesis es bastante conservadora y nos lleva, como hemos visto, a obtener tensiones de compresión considerables. Sin embargo, el espesor del helicoide permitiría otras trayectorias

no horizontales y tampoco radiales que supondrían unos empujes sobre el cilindro exterior con cierta componente vertical y de dirección no radial. Esto disminuiría considerablemente los empujes en el arranque y el desembarco.

La flexibilidad del método de los cortes también nos serviría para estudiar otras muchas soluciones de equilibrio. Podríamos considerar, por ejemplo, la superficie helicoidal dividida en una serie de arcos radiales que transmitirían empujes tanto al cilindro perimetral como a la franja más interior por donde se concentrarían los esfuerzos de compresión hasta los apoyos. Estaríamos considerando de esta manera la formación de una especie de nervio en el borde libre.

Se podría también estudiar las geometrías de un cierto número de escaleras construidas y ver si éstas presentan relación con sus comportamientos estructurales y las soluciones constructivas adoptadas. La construcción de modelos tridimensionales a escala, o modelos catenarios como los realizados por García y Gil (1999) puede ser también de ayuda para continuar estudiando este tipo estructural.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todas las personas que en mayor o menor medida me han prestado su ayuda y apoyo durante el desarrollo del presente estudio. En especial al profesor Santiago Huerta quién me transmitió el interés por la Historia de la Construcción, las estructuras antiguas y el cálculo de las estructuras de fábrica. Fue él quien nos planteó el tema de las escaleras de caracol con óculo central y en varias ocasiones hemos hablado sobre este asunto. También me ha facilitado el desarrollo de este artículo desde Londres proporcionándome el acceso a la bibliografía que he podido necesitar.

LISTA DE REFERENCIAS

- Calladine, Christopher R. 2005. Preliminary structural analysis of a Guastavino spiral staircase shell. *Essays in the history of the theory of structures. In honour of Jacques Heyman*, editado por S. Huerta, 79–102. Madrid.
- García Ares, José Antonio y Gil Crespo, Ignacio Javier. 1999. *Estabilidad de las escaleras de óculo central o de Mallorca*. Trabajo académico, inédito, Historia de la Construcción I ETSAM. Madrid.
- Guastavino Moreno, Rafael. 1893. *Essay on the Theory and History of Cohesive construction, applied especially to the timber vault*. Boston: Ticknor and Company. (1 edición 1892).
- Heyman, Jacques. 1995. The mechanics of masonry stairs. *Structural Studies, Repairs and Maintenance of Historical Buildings IV. Vol 2: Dynamics, Repairs and Restoration*, editado por C. A. Brebbia y B. Lefteris. Southampton.
- Heyman, Jacques. 1998. Hooke's Cubico-Parabolical conoid. *Notes and Records of the Royal Society of London. Vol. 52*, 39–50.
- Heyman, Jacques. 1999. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera/ CEHOPU. (Traducción del la ed. inglesa: 1995. *The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hooke, Robert. 1675. *A description of helioscopes, and some other instruments*. Londres.
- Huerta, Santiago. 2001. La mecánica de las bóvedas tabicadas en su contexto histórico: la aportación de los Guastavino. En *Las bóvedas de Guastavino en América*, editado por Santiago Huerta. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Huerta, Santiago. 2004. *Arcos bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Palladio, Andrea. 1570. *Quattro Libri dell'Architettura. Venecia*.
- Price, Sam y Rogers, Helen. 2005. Stone cantilevered staircases. *The Structural Engineer. Vol. 83/2*, 29–36.
- Rankine, W. J. M. 1858. *A Manual of Applied Mechanics*. London.
- Taylor, Russell. 1990. Revealing masons' mystery. *Architects' Journal*. 192: 34–43.